ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Γ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1)Πότε μια συνάρτηση ονομάζεται συνεχής;

Α2)Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή και Λ αν ειναι λανθασμένη :

1)Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και στο [α,β] και f(α) f(β) < 0 τότε υπάρχει $x \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε f(x0)=0.

2)Η $f(x) = | x-2 |$ είναι 1-1 συνάρτηση.

3)Η f(x)=-3x+2 είναι γνησίως αύξουσα.

4)Αν για μια συνάρτηση f,g ορίζονται οι συναρτήσεις fog και gof ,τότε πάντα ισχύει fog = gof.

5)Το πεδίο ορισμού της σύνθεσης της f με την g αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού της f ,για τα όποια η f(x) ανήκει στο πεδίο ορισμού της g.

Α3)Δίνεται η f ορισμένη στο R για την οποία ισχύει :

$$1+x \leq f(x) \leq e^x \quad για \quad κάθε \quad x \in R$$

Να βρείτε :

i)f(0)=;

ii)$\lim_{x \to 0} f(x)$=;

iii)Είναι η f συνεχής στο x=0;

Α4)Αν για τον πραγματικό αριθμό α ισχύει $-6 \leq \alpha \leq 0$,να δείξετε ότι η εξίσωση $x^5+5x+\alpha=0$ έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα [0,1].

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f με :

$$f(x)=\frac{2x+\kappa\eta\mu x}{x-x^2},\ x<0$$
$$f(x)=\lambda,\ x=0$$
$$f(x)=\sqrt{8x^2+x+16}\ -3x,\ x>0$$

α)Να βρείτε τα κ,λ.

β)Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x\to\infty} f(x)$

γ)Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

δ)Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = 2ln(8x+1) έχει τουλάχιστον μία ρίζα στο διάστημα (0,1).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1)Δίνεται f : $R\to R$ για την οποία ισχύει :

$$(x^3-1)f(x)\leq x^2+7x-8 \quad \text{για κάθε } x\in R$$

και το όριο $\lim_{x\to 1} f(x)$ υπάρχει και είναι πραγματικός .

α)Να αποδείξετε $\lim_{x\to 1} f(x)=3$

β) Να υπολογίσετε το όριο :

$$\lim_{x \to 1} \frac{f^2(x)-3f(x)-1+|f(x)-4|}{\sqrt{f(x)+1}-2}$$

Γ2)Εστω συνάρτηση f : $R \to R$ με τύπο :

$$f(x)=x^3+x^2+x-1 \quad \text{για κάθε } x \in R$$

Να αποδείξετε ότι υπάρχει $xo \in (-1,1)$ *τέτοιος ώστε* $f(xo)=0$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1)Δίνεται η συνάρτηση f : $R \to R$ για την οποία ισχύει :

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)\,\eta\mu x+\eta\mu 3x\,\eta\mu 4x}{\sqrt{x^2-4}-2}=56$$

Να υπολογίσετε τα όρια :

i) $\lim_{x \to 0} f(x)$ ii) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$

Δ2)Δίνεται η συνάρτηση :

$f(x)=\frac{ax+\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}$ για την οποία το οριο $\lim_{x \to 1} f(x)$ υπάρχει.

α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

β)Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α ,καθως και να υπολογίσετε το

$\lim_{x \to 1} f(x)$.

γ)Αν α=-2 ,να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \to -3} f(x)$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΣΚΕΝΤΕΡΙ ΜΠΛΕΟΝΑ