

ΜΑΘΗΜΑ :
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια : Πολυμεράκης Δημήτρης

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Όνοματεπώνυμο:

Θέμα Α

A1

- i. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ δύο διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$;

(5 Μονάδες)

- ii. Έστω δύο διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ και λ_1, λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των \vec{a} και $\vec{\beta}$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

(10 Μονάδες)

A2

Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- i. Αν $\vec{a} = (x, -y)$, τότε $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(2 Μονάδες)

- ii. Αν $\vec{a} = \vec{0}$, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{\beta}$ ισχύει ότι $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$

(2 Μονάδες)

- iii. Αν $\vec{a} = (x, y)$, τότε ισχύει η ισοδυναμία:

$$\vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow (x \neq 0 \text{ και } y \neq 0)$$

(2 Μονάδες)

- iv. Αν $A(x, y)$ και $B(x, \omega)$, τότε είναι $\vec{AB} \parallel x'x$

(2 Μονάδες)

- v. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$ τότε το διάνυσμα \vec{AB} έχει συντελεστή διεύθυνσης:

$$\lambda = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

(2 Μονάδες)

Θέμα Β

B1

Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha+1,3)$, $B(\alpha,4)$ και $\Gamma(-4,5\alpha+4)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε τα διανύσματα \overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{B\Gamma}$.

(5 Μονάδες)

β. Να βρείτε για ποια τιμή του α , τα A , B και Γ είναι συνευθειακά.

(5 Μονάδες)

γ. Αν $\alpha=1$, να βρείτε αριθμό λ ώστε $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \overrightarrow{AB}$.

(5 Μονάδες)

B2

Έστω τα σημεία A, B, Γ, Δ και E. Να αποδείξετε ότι :

i. $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{BA}$

(5 Μονάδες)

ii. $\overrightarrow{A\Gamma} - \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{E\Gamma} - \overrightarrow{BA}$

(5 Μονάδες)

Θέμα Γ

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{a}|=1$, $|\vec{\beta}|=4$ και $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

i. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$

(6 Μονάδες)

ii. Δίνεται διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{a} - \vec{\beta}$. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

(6 Μονάδες)

iii. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\gamma} \cdot \vec{a}$

(6 Μονάδες)

iv. Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας $(\vec{\gamma}, \vec{\beta})$

(7 Μονάδες)

Θέμα Δ

Δίνονται διανύσματα $\vec{OA} = (4, -2)$ και $\vec{OB} = (1, 2)$, όπου Ο είναι η αρχή των αξόνων.

1) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα \vec{OA} και \vec{OB} είναι κάθετα.

(4 Μονάδες)

2) Αν $\Gamma(\alpha, \beta)$ είναι σημείο της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β, τότε :

i. να αποδείξετε ότι : $\vec{AB} = (-3, 4)$ και $\vec{AG} = (\alpha - 4, \beta + 2)$

(5 Μονάδες)

ii. να αποδείξετε ότι : $4\alpha + 3\beta = 10$

(6 Μονάδες)

iii. αν επιπλέον τα διανύσματα \vec{OG} και \vec{AB} είναι κάθετα, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ.

(10 Μονάδες)

Good Luck!
