

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όνοματεπώνυμο:

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x^2$ είναι $f'(x)=2x$. **(Μονάδες 10)**

A2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι

παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$; **(Μονάδες 5)**

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό της μέγιστο.

ii) Η επιτάχυνση ενός κινητού, εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η θέση του.

iii) Ισχύει $(\sin x)' = -\eta\mu x, x \in \mathbb{R}$

iv) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει: $(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x)$

v) Για κάθε συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A και για $x_0 \in A$

ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με:

- $f(x) = 3x^2, x \in \mathbb{R}$ και
- $g(x) = x^2 - x, x \in \mathbb{R}$

B1. Να ορίσετε την συνάρτηση $\varphi(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

(Μονάδες 7)

B2. Να αποδείξετε ότι $[\lim_{x \rightarrow 2} \varphi(x)]^2 - 2016 \lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 36$

(Μονάδες

8) B3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης ευθείας της γραφικής παράστασης C_g της g στο σημείο της $M(0, g(0))$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ

Επιστημονικές μελέτες απέδειξαν ότι ο δείκτης πνευματικής διαύγειας ενός ανθρώπου μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση : $\Delta(x) = \frac{4x}{10^4}(100-x), 0 \leq x \leq 80$, όπου x η ηλικία σε έτη.

Γ1. Να βρεθεί η τιμή του δείκτη διαύγειας ενός παιδιού ηλικίας 10 ετών

(Μονάδες 4)

Γ2. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του δείκτη διαύγειας
(Μονάδες 6)

Γ3. Να εξετάσετε πως μεταβάλλονται οι τιμές του δείκτη διαύγειας μέσα στο διάστημα των 80 ετών

(Μονάδες 8)

Γ4. Να βρείτε την ηλικία κατά την οποία ένας άνθρωπος έχει τη μέγιστη διαύγεια και ποια είναι η τιμή της.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + \alpha}{x+2} + \sqrt{3}$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 3)

Δ2. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f

είναι $f'(x) = \frac{x^2 + 4x - \alpha}{(x+2)^2}, x \neq -2$

(Μονάδες 5)

Δ3. Να βρείτε τον αριθμό α , αν η συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0 = 1$ **(Μονάδες 5)**

Δ4. Για $\alpha = 5$, να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία.

(Μονάδες 8)

Δ5. Για $\alpha = 5$, να αποδείξετε ότι αν $x \in [1999, 2016]$ τότε ισχύει $f(1999) \leq f(x) \leq f(2016)$ **(Μονάδες 4)**



