

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

### ΘΕΜΑ 1

Δίνεται η εξίσωση  $(x - 1)(x + 3) + (y + 1)(y - 3) = -4$  (1)

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο με κέντρο  $K(-1,1)$  και ακτίνα  $R = 2$ .  
(Μονάδες 9)

β)

i. Να βρείτε τα σημεία  $A$  και  $B$  του κύκλου  $(K,R)$  τα οποία έχουν τετμημένη ίση με  $-1$ .  
(Μονάδες 8)

ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A$  και  $B$  είναι αντιδιαμετρικά. (Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος  $C$  με κέντρο  $K(1, 2)$  και ακτίνα  $\rho = 2$  και ευθεία  $(\varepsilon)$  με εξίσωση  $3x+4y-1=0$ .

α) Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου  $C$ . (Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι η απόσταση του κέντρου  $K(1, 2)$  από την ευθεία  $(\varepsilon)$  είναι ίση με 2.

(Μονάδες 9)

γ) Να δείξετε ότι η ευθεία  $(\varepsilon)$  εφάπτεται στον κύκλο  $C$ . (Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τα σημεία  $A(1,3)$ ,  $B(-2,2)$  και η ευθεία  $\varepsilon: 3x + y + \alpha = 0$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου  $A$  από το σημείο  $B$ . (Μονάδες 5)

β) Για ποιες τιμές του  $\alpha$ , η απόσταση  $AB$  είναι ίση με την απόσταση του σημείου  $A$  από την ευθεία  $\varepsilon$ . (Μονάδες 8)

γ) Για  $\alpha = 4$  να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ , όπου  $\Gamma$  το σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon$  με τον άξονα  $y'y$ . (Μονάδες 12)

### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + (4 - 2k)x - 2(1 + k)y + 5 - 2k = 0$  ( $I$ ), όπου  $k \in (0, +\infty)$ .

α) Να αποδείξετε ότι η ( $I$ ) παριστάνει κύκλο με κέντρο  $M(k - 2, k + 1)$  και ακτίνα  $k\sqrt{2}$  για κάθε  $k > 0$ . (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το σημείο  $M$  ανήκει σε μια σταθερή ευθεία για κάθε  $k > 0$ .

(Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $(\varepsilon): y = -x - 1$  είναι εφαπτομένη του παραπάνω κύκλου για κάθε  $k > 0$ . (Μονάδες 8)