

ΜΑΘΗΜΑ :
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια : Πολυμεράκης Δημήτρης

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Όνοματεπώνυμο:

Θέμα 1^ο

A

- i. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου $\vec{a} \cdot \vec{b}$ δύο διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} ;
(5 Μονάδες)
- ii. Έστω δύο διανύσματα \vec{a} και \vec{b} και λ_1, λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των \vec{a} και \vec{b} αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:
$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

(10 Μονάδες)

B

Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

- i. Αν $\vec{a} = (x, -y)$, τότε $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
(2 Μονάδες)
- ii. Αν $\vec{a} = \vec{0}$, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα \vec{b} ισχύει ότι $\det(\vec{a}, \vec{b}) = 0$
(2 Μονάδες)
- iii. Αν $\vec{a} = (x, y)$, τότε ισχύει η ισοδυναμία:
$$\vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow (x \neq 0 \text{ και } y \neq 0)$$

(2 Μονάδες)
- iv. Αν $A(x, y)$ και $B(x, \omega)$, τότε είναι $\overrightarrow{AB} \parallel x'x$
(2 Μονάδες)
- v. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$ τότε το διάνυσμα \overrightarrow{AB} έχει συντελεστή διεύθυνσης:
$$\lambda = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

(2 Μονάδες)

Θέμα 2^ο

Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha+1,3)$, $B(\alpha,4)$ και $\Gamma(-4,5\alpha+4)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε τα διανύσματα \overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{B\Gamma}$.

(8 Μονάδες)

β. Να βρείτε για ποια τιμή του α , τα A , B και Γ είναι συνευθειακά.

(9 Μονάδες)

γ. Αν $\alpha=1$, να βρείτε αριθμό λ ώστε $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \overrightarrow{AB}$.

(8 Μονάδες)

Θέμα 3^ο

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{a}|=1$, $|\vec{\beta}|=4$ και $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

i. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$

(6 Μονάδες)

ii. Δίνεται διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{a} - \vec{\beta}$. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

(6 Μονάδες)

iii. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\gamma} \cdot \vec{a}$

(6 Μονάδες)

iv. Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας $(\vec{\gamma}, \vec{\beta})$

(7 Μονάδες)

Θέμα 4^ο

Δίνονται διανύσματα $\vec{OA}=(4, -2)$ και $\vec{OB}=(1,2)$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

- 1) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα \vec{OA} και \vec{OB} είναι κάθετα.
(4 Μονάδες)
- 2) Αν $\Gamma(\alpha, \beta)$ είναι σημείο της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B , τότε :
 - i. να αποδείξετε ότι : $\vec{AB}=(-3,4)$ και $\vec{A\Gamma}=(\alpha-4, \beta+2)$
(5 Μονάδες)
 - ii. να αποδείξετε ότι : $4\alpha+3\beta=10$
(6 Μονάδες)
 - iii. αν επιπλέον τα διανύσματα $\vec{O\Gamma}$ και \vec{AB} είναι κάθετα, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ .
(10 Μονάδες)

Good Luck!
