Ονοματεπώνυμο: ……………………………………………………………

Μάθημα: ……………………………………………………………

Υλη: ……………………………………………………………

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ……………………………………………………………

Αξιολόγηση : ……………………………………………………………

ΘΕΜΑ Α

Α1) Να αποδείξετε οτι $ημ^2ω + συν^2ω = 1$

Α2) Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Α3) Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;

Α4) Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

α) Ένα γραμμικό σύστημα μπορεί να έχει δύο ακριβώς λύσεις

β) Άν η ελάχιστη τιμή μίας συνάρτησης f είναι το 1 τότε η f δεν έχει καμία ρίζα

γ) Η συνάρτηση $f(x) = x^2$ με πεδίο ορισμού το $A=[-3,3)$ είναι άρτια

δ) Υπάρχει γωνία ω τέτοια ώστε $4ημ^2ω > 9$

ε) Αν $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ τότε $|συνx| = συνx$

(6+5+4+10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)= x^2 +6x + 5$, $x \in R$ και $g(x)= x^5 + 4x^3 + 3x$, $x \in R$.

Β1) Να αποδείξετε οτι η f γράφεται στην μορφή $f(x)= (x+3)^2 - 4$

Β2) Να βρείτε το ακρότατο της συνάρτησης f

Β3) Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση f και να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της f

Β4) Να δείξετε οτι η συνάρτηση g είναι γνησίως αύξουσα στο R και να συγκρίνεται τις τιμές $g(-\frac{\pi}{3})$ και $g(-\frac{\pi}{4})$.

Β5) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της g έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

K= g(−2019) + g(−2018) + g(0) +g(2018) + g(2019)

(4 + 4 + 6 + 5 + 6)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Δίνεται το σύστημα : $\begin{cases} -x+2y=1 \\ x+\lambda y=\lambda \end{cases}$ με λ ϵ R

Να αποδείξετε οτι : D = −(λ+2) , D_x = −λ , D_y = −(λ+1)

Γ2) Αν λ ≠ -2 να λύσετε το σύστημα. Υπάρχει τιμή του λ ϵ R τέτοια ώστε οι ευθείες να ταυτίζονται ; Τι συμβαίνει με τις ευθείες για λ = -2 ;

Γ3) Αν λ = -1 και (x_0 , y_0) η αντίστοιχη λύση του συστήματος να βρείτε γωνία θ ϵ (0 , 2π) τέτοια ώστε x_0 = συνθ και y_0 = ημθ .

Γ4) Αν λ = 1 και (x_1 , y_1) η αντίστοιχη λύση του συστήματος να αποδείξετε οτι δεν υπάρχει γωνία ω τέτοια ώστε : x_1 = συνω και y_1 = ημω .

Γ5) Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ xy=6 \end{cases}$ και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα.

(3+4+3+4+6)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Έστω γωνία x για την οποία ισχύουν : $\frac{\pi}{2}$< x < π και ημ(π −x) − ημ(π + x) = 1 .

α) Να αποδείξετε οτι ημx = $\frac{1}{2}$

β) Να βρείτε το συνx , την εφx και την σφx .

Δ2) Δίνεται γωνία φ για την οποία ισχύει : ημφ + συνφ = $\frac{1}{2}$

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

α) ημφ · συνφ β) εφφ + σφφ

Δ3) Δίνονται οι παραστάσεις : $A = \left(1 - \frac{1}{συν^2θ}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{ημ^2θ}\right)$ και $B = συν^2θ \cdot [(1 + εφθ)^2 + (1 - εφθ)^2]$

α) Να αποδείξετε οτι $A = 1$ και $B = 2$

β) Αν για την γωνία ω, με $π < ω < \frac{3π}{2}$ ισχύει οτι $σφω = \frac{B}{A}$ να βρείτε την εφω, το ημω και το συνω.

Δ4) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{εφα}{ημα} - \frac{ημα}{σφα} = συνα$

Δ5) Δίνονται οι πρακάτω παραστάσεις :

$Γ = ημ\left(\frac{15π}{2}\right) + ημ\left(\frac{25π}{6}\right) + συν\left(\frac{2π}{3}\right)$ και

$Δ = εφ\left(\frac{23π}{4}\right) \cdot συν\left(\frac{4π}{3}\right) \cdot συν(-π)$

Να αποδείξετε οτι $\frac{Γ}{Δ} = 2$

(6 + 5 + 9 + 4+ 6)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ