ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ
Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΘΕΜΑ 1

1.1 Να αποδείξετε ότι είναι $\vec{A\Delta}+\vec{B\Gamma}=\vec{A\Gamma}+\vec{B\Delta}$ για οποιαδήποτε σημεία Α,Β,Γ και Δ.

1.2 Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και τα διανύσματα $\vec{BE}=\vec{AB}$ και $\vec{\Delta Z}=\vec{B\Gamma}$.Να δειχθεί ότι το σημείο Γ είναι μέσο του ΖΕ

1.3 Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Μ το μέσο της πλευράς ΑΓ. Γράφουμε τα διανύσματα $\overrightarrow{M\Delta}=\overrightarrow{\Gamma B}$ και $\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{AB}$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ , Β και Ε είναι συνευθειακά και ότι το Β είναι μέσο του ΔΕ.

1.4 Δίνονται τα σημεία Α, Β και Γ. Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο Μ το διάνυσμα $\vec{\alpha}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{M\Gamma}=\vec{0}$ είναι σταθερό.

1.5

Αν τα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ μη συγγραμμικά διανύσματα , να δειχθεί ότι ;

α. τα διανύσματα $\vec{u}=2\ \vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{w}=\vec{\alpha}-3\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά

β. τα $\vec{y}=9\vec{\alpha}-5\vec{\beta}$ και $\vec{x}=3\vec{a}-\frac{5}{3}\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά

ΘΕΜΑ 2

2.1 Δίνονται τέσσερα σημεία Α,Β,Γ και Δ του επιπέδου και έστω Κ,Λ,Μ και Ν τα μέσα των ΑΒ, ΓΔ, ΑΓ και ΒΔ αντιστοίχως.
Α) Να αποδείξετε ότι $2\overrightarrow{K\Lambda}=\overrightarrow{A\Delta}+\overrightarrow{B\Gamma}$ και $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

Β) Να βρείτε τη σχέση που έχουν τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ όταν είναι:
i) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MN}$, ii) $\overrightarrow{MN}=\vec{0}$.

2.2

Αν ισχύει $(\kappa+2)\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=(\kappa+5)\overrightarrow{M\Gamma}$, να αποδείξετε ότι:

ι) τα σημεία Α,Β,Γ είναι συνευθειακά

ιι) να βρείτε τις τιμές του κ ώστε το Γ να είναι μεταξύ των Α και Β

ΘΕΜΑ 3

3.1 Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ε,Ζ τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΓΔ αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι είναι $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AZ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{A\Gamma}$.

3.2 Δίνεται το μη μηδενικό διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ και σημείο Γ τέτοιο ώστε να ισχύει $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = \mu\overrightarrow{AB}$. Να αποδείξετε ότι λ – μ = 1.

3.3 Δίνεται ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των
σημείων Μ του επιπέδου για τα οποία ισχύει:

$$\left|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{\Delta\Gamma} - \overrightarrow{\Gamma B} + \overrightarrow{\Delta A}\right| = 3$$

ΘΕΜΑ 4

4.1

Αν $\left|\vec{\alpha}\right| = 1, \left|\vec{\beta}\right| = 2$ και $\left|\vec{\alpha} + \vec{\beta}\right| \geq 3$ να δειχθεί ότι $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$

4.2

Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ισχύει $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $\dfrac{\left|\vec{\alpha}\right|}{2} = \dfrac{\left|\vec{\beta}\right|}{3} = \dfrac{\left|\vec{\gamma}\right|}{5}$, να αποδείξετε ότι:

I) $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$

$II) \vec{\beta} \uparrow\downarrow \vec{\gamma}$

4.3

Έστω διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τα οποία είναι μη συγγραμμικά . Να βρείτε την τιμή του λ αν τα διανύσματα $\vec{u} = 2\,\vec{\alpha} + (\lambda + 1)\vec{\beta}$ και $\vec{w} = \lambda\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.