

Διαγώνισμα Άλγεβρας Β Λυκείου
Τετάρτη 28 Απριλίου 2021

Θέμα Α

A.1 Δίνεται η συνάρτηση $P(x) = 6x^3 + \lambda x^2 - 4x + 4$ όπου λ πραγματικός αριθμός και το σημείο $A(-1, -9)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$.

(A.1) Να αποδείξετε ότι $\lambda=11$.

(6μονάδες)

(A.2) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$ και να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $P(x)$ με τον άξονα y' .

(8+2 μονάδες)

(A.3) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα x .

(9 μονάδες)

Θέμα Β

B.1 Αν $\sin \omega = -\frac{3}{5}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε:

(B.1) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω rad

(8 μονάδες)

(B.2) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

(4 μονάδες)

$$A = \frac{10\sin(2\pi - \omega) - 12\cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right)}{5\sin(7\pi - \omega)}$$

(B.2) Να λύσετε την εξίσωση $(\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = \frac{2}{5} - 2\eta\mu^2 x$

(13 μονάδες)

Θέμα Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 2x + 4$ με $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$. Αν το $x-1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x):(x+1)$ είναι 6, τότε:

(Γ.1) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = -2$.

(8 μονάδες)

(Γ.2) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση του πολυωνύμου τέμνει τους άξονες.

(7 μονάδες)

(Γ.3) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση του πολυωνύμου βρίσκεται κάτω από τον άξονα x' .

(5 μονάδες)

(Γ.4) Να λύσετε την ανίσωση $P(2^{3-x}) < 0$

(5 μονάδες)

Θέμα Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda x^3 + \lambda(1 + 2\lambda)x^2 + \lambda^2(2 - 3\lambda)x + 3\lambda^3$, $\lambda \in \mathbf{R}$. Αν το $P(x)$ έχει ρίζα για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ , τότε:

(Δ.1) Να βρείτε τη ρίζα

(5 μονάδες)

(Δ.2) Να βρείτε τις υπόλοιπες ρίζες του.

Έστω $\lambda = 1$

(Δ.3) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{P(x)}$

(4 μονάδες)

(Δ.4) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{2x - 6}{P(x)} > \frac{x}{x - 1}$

(5 μονάδες)

(Α.5) Να δείξετε ότι όλα τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 24$ δεν έχουν κοινή ρίζα.

(3 μονάδες)

(Α.6) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu^3 x + 3\sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu x = 0$

(5 μονάδες)

Καλή Επιτυχία!