

Όνοματεπώνυμο:

Μάθημα: Άλγεβρα Β' Λυκείου

Επιμέλεια διαγωνίσματος:

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δείξετε ότι η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

A2. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις αν είναι Σωστές ή Λάθος

1. Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ είναι πάντα εξίσωση ευθείας.

2. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα $\Leftrightarrow \det \begin{pmatrix} \vec{\alpha} & \vec{\beta} \\ a & b \end{pmatrix} = 0$.

3. Η εξίσωση $(x + x_0)^2 + (y + y_0)^2 = \rho^2$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ .

4. Αν A, B, Γ είναι οι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$ τότε το εμβαδόν του είναι $(AB\Gamma) = |\det \begin{pmatrix} \vec{AB} & \vec{AG} \\ AB & AG \end{pmatrix}|$.

5. Το γινόμενο $\begin{pmatrix} \vec{\alpha} & \vec{\beta} \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} \cdot \vec{\gamma}$ παριστάνει αριθμό.

Μονάδες : 9+6+10=25

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -x^3 + \alpha x^2 + (\beta - 1)x + 7$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

B1. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$ και η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x = 2$ είναι ίση με -7 , τότε να βρείτε τα α, β .

Για $\alpha = 3$ και $\beta = -8$

B2. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$.

B3. Να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$ της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - 1$ και στη συνέχεια να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

B4. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = \pi(\pi(x+1)) - 10$.

Μονάδες: 6+8+5+6=25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 3\eta\mu(2020\pi + 2x) - \eta\mu(\pi + 2x) + \eta\mu(\pi - 2x)$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 4\eta\mu 2x$.

Γ2. Να γράψετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f , να βρείτε την περίοδο της και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

Γ3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία $y = 2$.

Γ4. Να λύσετε στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ την εξίσωση $f\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Μονάδες: 6+6+6+7=25

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 2)$ και $g(x) = \ln 2 + \ln(e^x - 1)$.

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

Δ2. α. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν είναι ποτέ κάτω από την γραφική παράσταση της g για $x \in (0, +\infty)$.

β. Ποιο το σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων f και g ;

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - \ln 2 = g(x) - x$.

Δ4. Να δείξετε ότι $g\left(\ln\left(\varepsilon\varphi\frac{\pi}{5} + 1\right)\right) + g\left(\ln\left(\varepsilon\varphi\frac{3\pi}{10} + 1\right)\right) = \ln 4$.

Μονάδες: 4+(6+3)+7+5=25

Καλή επιτυχία!