

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

17.04.2021

ΘΕΜΑ 1

A) Να αποδείξετε ότι, αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, η παράγωγος της συνάρτησης $F(x) = f(x) + g(x)$ είναι η $F'(x) = f'(x) + g'(x)$.

(Μονάδες 7)

B) Να δώσετε τον ορισμό της (πρώτης) παραγώγου συνάρτησης.

(Μονάδες 8)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- I) Το άθροισμα των συχνοτήτων v_i ενός δείγματος είναι ίσο με μονάδα.
- II) Όλες οι συναρτήσεις είναι παραγωγίσιμες σε κάθε σημείο του πεδίου ορισμού τους.
- III) Στη στατιστική πάντα ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο.
- IV) Αν $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in D_f$, τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν βρίσκεται ποτέ κάτω από τον άξονα x' .
- V) Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα, του οποίου η θέση του στον άξονα κίνησης του, εκφράζεται από τη συνάρτηση $x = f(t)$, θα είναι τη χρονική στιγμή t_0 , $V(t_0) = f'(t_0)$ δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της $f(t)$ ως προς t όταν $t = t_0$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$.

A) Να βρεθούν το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και η πρώτη παράγωγος αυτής.

(Μονάδες 5)

Β) Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 6)

Γ) Να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(2, f(2))$.

(Μονάδες 7)

Δ) Να υπολογιστεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x^2-3x+2}$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων για τις ώρες διαβάσματος ημερησίως ενός δείγματος 50 μαθητών ενός σχολείου Γ' Λυκείου ΕΠΑΛ.

Ώρες μελέτης	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
2				
4			30	
6				
8				
Σύνολα			-	-

Δίνεται επίσης η συνάρτηση : $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$.

Α) Να βρεθεί η συχνότητα v_2 αν αυτή ισούται με την κλίση της εφαπτομένης ευθείας της συνάρτησης στο σημείο της $A(2, f(2))$.

(Μονάδες 5)

Β) Να υπολογιστεί η συχνότητα v_3 αν αυτή ισούται με το όριο :

$$v_3 = - \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+f'(x)+2}{\sqrt{x+2}-1}$$

(Μονάδες 5)

Αν $v_2 = 16$ και $v_3 = 8$

Γ) Να συμπληρωθεί ο παραπάνω στατιστικός πίνακας.

(Μονάδες 8)

Δ) Να υπολογιστεί το ποσοστό των μαθητών που διαβάζει τουλάχιστον 2 ώρες αλλά λιγότερο από 8.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$ και $g(x) = 4 + \frac{1}{x}$.

A. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

(Μονάδες 5)

B. α. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και η συνάρτηση g είναι γνησίως φθίνουσα στα πεδία ορισμού τους.

β. Να δείξετε ότι: $\frac{2018}{2020} > \frac{2017}{2019}$.

(Μονάδες 6+4)

Γ. Να υπολογιστεί το όριο: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{2}{g'(x)} + f'(0)}{x^2 - x}$.

(Μονάδες 5)

Δ. Να μελετηθεί η f' ως προς την μονοτονία.

(Μονάδες 5)

Επιμέλεια : Μαριτίνα Πιστικίδη.

Καλή Επιτυχία!