

Όνοματεπώνυμο:.....

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Ύλη: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος :.....

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ 1) Α. Να δώσετε τους ορισμούς

- α. Γνησίως αύξουσας συνάρτησης
- β. Άρτιας συνάρτησης
- γ. Μέγιστου συνάρτησης

(3x1 μονάδες)

Β. Να σημειώσετε με (Σ) τις σωστές και (Λ) τις λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α. Σε γραμμικό 2×2 σύστημα μοναδική λύση είναι η $(x, y) = (0, 0)$, τότε το σύστημα είναι ομογενές.

β. Αν για τις ορίζουσες D, D_x, D_y ενός γραμμικού και 2×2 συστήματος ισχύει

$$(D-3)^2 + (D_x - 2)^2 + (D_y + 3)^2 \leq 0 \text{ τότε η μοναδική λύση του συστήματος είναι}$$

$$(x, y) = \left(\frac{2}{3}, -1 \right).$$

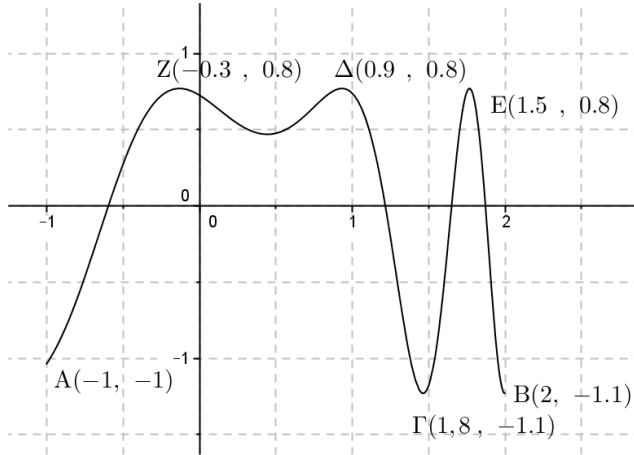
γ. Αν η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνησίως αύξουσα τότε δεν μπορεί να είναι άρτια.

δ. Η συνάρτηση f έχει σύνολο τιμών το (α, β) η συνάρτηση δεν έχει ακρότατα.

ε. Η συνάρτηση f με $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ είναι περιοδική με ελάχιστη θετική περίοδο ίση με π .

(5x2 μονάδες)

Γ. Η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο $[-1, 2]$ και έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Να προσδιορίσετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις:



- i. Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα σε 3 διαστήματα του πεδίου ορισμού της
- ii. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης είναι το $(-1.1, 0.8)$
- iii. Η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή σε τρία σημεία του πεδίου ορισμού της.
- iv. Η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς τρεις λύσεις.

v. Είναι συμμετρική συνάρτηση

vi. Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης είναι η -1.1 .

(6x2 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2}\sin x - 1$, $x \in [0, 2\pi]$.

α. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία. (7 μονάδες)

β. Να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της f . (4 μονάδες)

γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$. (7 μονάδες)

δ. Να λύσετε την ανίσωση $\sqrt{2}\sin x < 1$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$. (7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3) Έστω συνάρτηση f με $f(x) = \alpha \eta \mu \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν η γραφική παράσταση

της συνάρτησης διέρχεται από τα σημεία $A\left(-\frac{\pi}{6}, -3\right)$, $B(0, 0)$, τότε:

α. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς αριθμούς α, β . (7 μονάδες)

β. Να προσδιορίσετε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης καθώς και την περίοδό της. (4 μονάδες)

γ. Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της f χρησιμοποιώντας την γραφική παράσταση του ημιτόνου. **(5 μονάδες)**

δ. Να λύσετε την εξίσωση $f\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = 6$. **(9 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 4) Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = x^5 + 4x^3$.

α. Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία. Είναι άρτια ή περιττή; **(8 μονάδες)**

β. Να δείξετε ότι για κάθε $x_1, x_2 \in A_f$ με $f(x_1) = f(x_2)$ προκύπτει $x_1 = x_2$ **(4 μονάδες)**

γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(\sqrt{3}\eta\mu x) = f(\sigma\upsilon\nu x)$ για κάθε $x \in \left[\frac{7\pi}{3}, \frac{19\pi}{3}\right)$ **(9 μονάδες)**

δ. Να λυθεί η ανίσωση $f(3x) > f(x-1)$ **(4 μονάδες)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!