

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
07.01.2021

ΘΕΜΑ 1

A) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$, να αποδείξετε ότι : $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

(Μονάδες 10)

B) Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α .

(Μονάδες 5)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

I) Αν $\alpha > 5$, τότε $\frac{1}{\alpha} < 0,2$.

II) Αν α, β είναι ομόσημοι πραγματικοί αριθμοί, τότε θα ισχύει :

$$|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta| .$$

III) Η παράσταση $\sqrt{-\alpha}$ δεν έχει νόημα για κανέναν πραγματικό αριθμό α .

IV) Αν $\alpha^{2020} > \beta^{2020}$, τότε ισχύει ότι $\alpha > \beta$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$.

V) Αν $x \geq 0$ και $y > 0$, τότε $\frac{\sqrt{xy^2}}{y} = \sqrt{x}$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση : $A = \frac{x^2 - 2x + 1}{|x - 1|} - \frac{x^2 - 4x + 4}{|x - 2|}$.

A) Να βρείτε για ποιες τιμές του x έχει νόημα η παράσταση.

(Μονάδες 6)

Β) Να αποδείξετε ότι $A = |x - 1| - |x - 2|$.

(Μονάδες 7)

Γ) Να γράψετε την παράσταση A χωρίς τις απόλυτες τιμές όταν :

α) $1 < x < 2$

β) $x < 1$

(Μονάδες 6+6)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ο πίνακας :

Απόλυτη τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή ένωση διαστημάτων
$ x - 3 \leq 5$		
	$d(x, -1) \leq 2$	
$ x - 4 > 6$		
		$(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$
		$[-7, 1]$

Α) Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

(Μονάδες 10)

Β) Να γραφεί η παράσταση A ως άθροισμα απολύτων και να απλοποιηθεί η παράσταση B .

(Μονάδες 4+4)

Γ) Με βάση τον παραπάνω πίνακα, να αποδείξετε ότι :

α) $A \leq 7$ και

β) $|A + B| \leq 10$.

(Μονάδες 4+3)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[12]{2} \text{ και } B = \sqrt{3 - \sqrt{7 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{7 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

A. Να αποδείξετε ότι $A = 2$ και $B = 1$.

(Μονάδες 8)

B. Να λύσετε την ανίσωση $d(x, A) \geq 2B$.

(Μονάδες 5)

Γ. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητούς παρονομαστές :

α) $\frac{2}{\sqrt[3]{A^2}}$

β) $\frac{1}{\sqrt{A-B}}$

(Μονάδες 4+4)

Δ. Ναλυθεί η εξίσωση $(\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 4)^3 = -(4A + 8B)^{\frac{3}{4}}$.

(Μονάδες 4)

Επιμέλεια : Γιώργος Δεδελετάκης, Μαριτίνα Πιστικίδη.

Καλή Επιτυχία!