

Όνοματεπώνυμο:.....

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Ύλη: ΑΠΟΛΥΤΑ - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Επιμέλεια διαγωνίσματος :

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ Α

Α. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha \geq 0$ με $\mu, \nu \in \mathbb{N}^*$, ισχύει ότι $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu \cdot \nu]{\alpha}$.

Β. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού x ;

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή (Σ)** ή **Λάθος (Λ)** καθεμία από τις προτάσεις :

1. Αν $|x| = |\alpha|$ τότε $x = \alpha$.
2. Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι θετικοί αριθμοί, τότε θα ισχύει $(\alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$.
3. Η ανίσωση $|x| > -1$ είναι αδύνατη.
4. Σε κάθε n -στή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a ($\sqrt[n]{a}$), το n πρέπει κατ' ανάγκη να είναι θετικός ακέραιος με τιμή τουλάχιστον 2 (δηλαδή $n = 2, 3, 4, \dots$).
5. Αν $\beta = 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ ή είναι αδύνατη ή έχει ακριβώς μία λύση.

(Μονάδες 10+5+10)

ΘΕΜΑ Β

Α. Να λυθούν οι εξισώσεις :

α.
$$\frac{5x-3}{x^2+3x} - \frac{x+1}{3x^2+9x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x} = 0$$

β.
$$\frac{|x-2|}{2} + \frac{|2-x|-1}{3} = \frac{|x-2|+1}{4}$$

B. Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α. $(\lambda^2 - 2\lambda)x = 4 - \lambda^2$

β. $\lambda^2(x - \lambda^2) = 2(2\lambda^2 - x + 2)$

(Μονάδες 10+15)

ΘΕΜΑ Γ

A. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α. $x^4 = 81$

γ. $(x^3 - 5)(x^4 - 7)(x^5 + 3)(x^8 + 3) = 0$

β. $x^6 - 81x^2 = 0$

δ. $\frac{(x+1)^2 - 1}{3} - \frac{x+4}{5} = x-1$

B. Ο Γιώργος είναι μεγαλύτερος κατά 3 χρόνια από την φίλη του την Ρένα . Πριν 8 χρόνια

τα $\frac{5}{6}$ της ηλικίας του Γιώργου ήταν κατά 6 χρόνια περισσότερα από τα $\frac{3}{5}$ της ηλικίας

της Ρένας . Να βρείτε τις ηλικίες των δύο νέων .

(Μονάδες 15 +10)

ΘΕΜΑ Δ

A. Δίνονται οι παραστάσεις $\Pi = \frac{\sqrt{x^2}}{x} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x-3}$, $0 < x < 3$ και $\Sigma = \sqrt[4]{\sqrt{82} + 1} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{82} - 1}$.

α. Να δείξετε ότι $\Pi = 2$ και $\Sigma = 3$.

β. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{|\alpha - 3|}{\Pi} = \frac{|3 - \alpha|}{\Sigma} - \frac{5}{3}$ όπου Π και Σ οι τιμές των παραπάνω παραστάσεων.

B. Έστω η εξίσωση $\lambda^2 \cdot (x-1) = 4x - 3\lambda + 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1). Για την τιμή του λ για την οποία η (1) έχει παραπάνω από μία λύση, να λυθεί η εξίσωση $\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \cdot d(\lambda, x) = 673$.

(Μονάδες 10+5+10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!