ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

07.11.20

ΘΕΜΑ 1) Α. α) Τι ονομάζεται συντελεστής διεύθυνσης ενός διανύσματος $\vec{\alpha}=(x,y)$;

β) Έστω $\mathrm{A}(x_1,y_1)$ και $\mathrm{B}(x_2,y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου . Αν (x,y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου M του AB , να δείξετε ότι $x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$.

(*Μονάδες 3+7*)

Β. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή (Σ)** ή **Λάθος (Λ)** καθεμία από τις προτάσεις :

α) Δύο αντίρροπα διανύσματα είναι πάντα αντίθετα.

β) Αν M είναι το μέσο του AB και O σταθερό σημείο του επιπέδου , τότε $\mathrm{OM}=\dfrac{\mathrm{OA}-\mathrm{OB}}{2}$.

γ) Αν $\left|\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|=|\alpha|+\left|\vec{\beta}\right|$, τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ είναι παράλληλα.

δ) Ισχύει $\left|\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right|=\left|\vec{\alpha}\right|\left|\vec{\beta}\right|$.

ε) Ισχύει $\vec{\alpha}=\vec{\beta}\Leftrightarrow\left|\vec{\alpha}-\vec{\beta}\right|=0$.

(*Μονάδες 5*2*)

ΘΕΜΑ 2) Α. Θεωρούμε τα τυχαία αλλά σταθερά σημεία $\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma$ και έστω M ένα άλλο οποιοδήποτε σημείο . Να αποδείξετε ότι :

α) Αν $4\overrightarrow{\mathrm{MA}}-7\overrightarrow{\mathrm{MB}}+3\overrightarrow{\mathrm{M\Gamma}}=\vec{0}$, τότε τα σημεία $\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma$ είναι συνευθειακά .

β) Το διάνυσμα $\vec{u}=4\overrightarrow{\mathrm{MA}}-7\overrightarrow{\mathrm{MB}}+3\overrightarrow{\mathrm{M\Gamma}}$ είναι σταθερό.

(*Μονάδες 5+5*)

Β. Θεωρούμε τρίγωνο $ΑΒΓ$ και έστω $Μ$ το μέσο της πλευράς $ΒΓ$. Αν για δύο σημεία $Κ, Λ$ ισχύει ότι $\overrightarrow{ΑΚ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{ΑΒ}$ και $\overrightarrow{ΑΛ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{ΑΓ}$, να αποδείξετε ότι :

α) $\overrightarrow{ΜΚ}=\overrightarrow{ΑΒ}-\frac{1}{2}\overrightarrow{ΑΓ}$ και $\overrightarrow{ΚΛ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{ΑΓ}-\frac{3}{2}\overrightarrow{ΑΒ}$

β) Τα σημεία $Κ, Λ, Μ$ είναι συνευθειακά .

(*Μονάδες 8+7*)

ΘΕΜΑ 3) Α. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(-3,4)$ και $\vec{\beta}=(2,0)$.

α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\kappa}=2|\vec{\beta}|\cdot\vec{\beta}-|\vec{\alpha}|\cdot(\vec{\alpha}.)$

β) Να υπολογίσετε το μέτρο $|\vec{\alpha}-2\vec{\beta}|$.

(Μονάδες 5+5)

Β. Δίνονται τα σημεία Α(4,-1) , Β(-1,1) και Γ(3,5).

α) Αν τα σημεία αυτά αποτελούν κορυφές τριγώνων, να βρείτε το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

β) Να βρείτε το σημείο Δ ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 8+7)

ΘΕΜΑ 4)Α. Έστω τρία διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ τέτοια ώστε :

$3\vec{\alpha}+2\vec{\beta}=(-2,9)$, $\vec{a}-\overrightarrow{2\beta}=(10,-5)$ και $\vec{\gamma}=\left(|\vec{\gamma}|-1,3\right)$.

α) Να βρεθούν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.

β) Αν $\vec{\alpha}=(2,1)$, $\vec{\beta}=(-4,3)$ και $\vec{\gamma}=(4,3)$, να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως **γραμμικό συνδυασμό** των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(*Μονάδες 10+5*)

Β.α) Να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες τα διανύσματα $\vec{x}=(1-\kappa, 2\lambda)$ και $\vec{y}=(2-4\lambda, 2-\kappa)$ να είναι **ίσα** και στην συνέχεια να γράψετε ένα διάνυσμα αντίρροπο του $\vec{x}$ τριπλάσιου μέτρου .

β) Για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ τα διανύσματα $\vec{u}=(\mu-2, 2)$ και $\vec{v}=(4, \mu)$ είναι **ομόρροπα** ;

(*Μονάδες 5+5*)

Επιμέλεια : Γιώργος Δεδελετάκης, Μαριτίνα Πιστικίδη, Ηλίας Σπυρόπουλος.

Καλή Επιτυχία!