Ονοματεπώνυμο:

Μάθημα: Μαθηματικά β Λυκείου

Υλη : κεφ1&2,3.1

Επιμέλεια διαγωνίσματος: Στέλλα Γαλεράκη

Αξιολόγηση

ΘΕΜΑ 1°

Α. Έστω Οxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και $A(x_o , y_o)$ ένα σημείο του.

i) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Α και για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.
(3 Μονάδες)

ii) Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $y-y_0 = \lambda(x-x_0)$
(10 Μονάδες)

Β. Τί ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$;
(4Μονάδες)

Γ) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τις προτάσεις ορθά συμπληρωμένες .

i) Ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, \psi_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση..................................

ii) Η ευθεία που είναι κάθετη στον άξονα χ'χ στο σημείο $A(x_0, 0)$ έχει εξίσωση

iii) Αν $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$ τότε $\det(\vec{\alpha},\vec{\beta}) =$..........

iv) Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} =$..........

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται τα σημεία Α(3, -2) , Β(6, -4) , Γ(1, 5) και Δ(-1, 2). Να βρείτε:

i) Την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.
(5 μονάδες)

ii) Την απόσταση του Γ από την ΑΒ.
(5 μονάδες)

iii) Το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ και τη γωνία των διανυσμάτων.
(5 μονάδες)

iv) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο του τμήματος ΓΔ και είναι κάθετη στη ΑΒ.
(5 μονάδες)

v) Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.
(5 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3°

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει: $2|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=2$ και $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$.

Έστω τα διανύσματα $\vec{u}=\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$ και $\vec{v}=2\vec{\alpha}-3\vec{\beta}$.

Α) Να υπολογίσετε:

i) Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$.

(2 Μονάδες)

ii) Τα μέτρα $|\vec{u}|$ και $|\vec{v}|$.

(8 Μονάδες)

iii) Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

(7 Μονάδες)

Β) Αν $\vec{\beta}=(1,\sqrt{3})$ να βρείτε διάνυσμα $\vec{\kappa}$ τέτοιο ώστε $\vec{\kappa}\,//\,\vec{\beta}$ και $|\vec{\kappa}|=2|\vec{\beta}|$. (8 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η εξίσωση $\chi^2+\psi^2-6\lambda\chi+2\lambda\psi=0$ (1) με $\lambda\in\mathbb{R}^*$.

i) Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του $\lambda\in\mathbb{R}$ η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο που διέρχεται από το σημείο Ο(0,0) του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 9

ii) Να δείξετε ότι κάθε κύκλος που ορίζεται από την εξίσωση (1) εφάπτεται στην ευθεία ε: ψ=3χ

Μονάδες 8

iii) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την εξίσωση (1)

Μονάδες 8