Ονοματεπώνυμο:

Μάθημα: **Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ Λυκείου**

Επιμέλεια διαγωνίσματος: **Μαριτίνα Πιστικίδη**

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι σταθερή στο Δ.

Α2. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α.
α. Πότε είναι παραγωγίσιμη;
β. Να ορίσετε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f.

Α3. Δίνεται ο παρακάτω ισχυρισμός : «Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της , τότε θα είναι παραγωγίσιμη».
α. Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό ως αληθή (Α) ή ως ψευδή (Ψ).
β. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

Α4. Να επιλέξετε τη σωστή (τις σωστές) απάντηση (απαντήσεις) στους παρακάτω ισχυρισμούς ώστε να συμπληρώνεται σωστά ο ισχυρισμός.
Αν $f(x) > 0$, τότε : ……………
α. $\lim_{x \to x_0} f(x) < 0$
β. $\lim_{x \to x_0} f(x) \leq 0$
γ. $\lim_{x \to x_0} f(x) > 0$

Α5. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με ένα «Σ» αν είναι σωστή και με ένα «Λ» αν είναι λάθος.
α. Αν f είναι μια συνεχής συνάρτηση, με πεδίο ορισμού ένα διάστημα Δ, τότε το σύνολο τιμών της είναι διάστημα.
β. Η συνάρτηση –f(x) είναι συμμετρική της f ως προς τον x’x.
γ. $\lim_{x \to 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - 1}{x} = 0$.
δ. $(e^x)' = \ln x$.

Μονάδες:7+(2+2)+(1+3)+2+8=25

ΘΕΜΑ Β
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x - x, x\epsilon R$.
Β1. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Β2. Αν $0 < \alpha < \beta$ να δειχθεί ότι $\ln\frac{e^\beta - e^\alpha}{\beta-\alpha} > 0$.

Β3. Να μελετηθεί η κυρτότητα της συνάρτησης f.

Β4. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης ευθείας (ε) στο C_f στο σημείο του ακροτάτου.

Β5. Να μελετηθεί αν υπάρχουν ασύμπτωτες στη C_f.

Μονάδες:5+5+5+5=2

ΘΕΜΑ Γ
Αν $f: (0, +\infty) \to R$ παραγωγίσιμη για την οποία $x \cdot f'(x) = f(x) - e^{\frac{2}{x}}$ με $f(2) = e$.
Γ1. Να δείξετε ότι ο τύπος της f είναι : $f(x) = \frac{x \cdot e^{\frac{2}{x}}}{2}, x > 0$.

Γ2. Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f.

Γ3. Να βρεθεί το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $e^{\frac{2}{x}} = 2\lambda \cdot x^{-1}$.

Γ4. Να δειχθεί ότι $f(1821) + f(1823) > 2f(1822)$.
Μονάδες:8+7+5+5=25

ΘΕΜΑ Δ
Δ1. Αν $f(x) \geq g(x)$ στο R με $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ να δειχθεί ότι και $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Δ2. Έστω η συνάρτηση $f: R \to R$ με $f''(x) > 0$ για κάθε $x\epsilon R$, για την οποία

$f'(1) = f(1), f'(0) = 2f(1)$ και $f(2) = 0$.

α. Να δειχθεί ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα x_1 στο (0,1).

β. Να δειχθεί ότι δεν υπάρχει η αντίστροφη της f.

γ. Να δειχθεί ότι η f έχει ολικό ελάχιστο.

δ. Να δειχθεί ότι $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

ε. Αν $h(x) = f(x) \cdot (f'(x) - 2f(1)) \cdot h'(x)$ για κάθε $x\epsilon[0,2]$ να δειχθεί ότι η h είναι σταθερή στο [0,2].

Μονάδες:3+(5+2+5+5+5)=25

Καλή επιτυχία!