

**Όνοματεπώνυμο:**

**Μάθημα: Μαθηματικά Β Λυκείου**

**Υλη: ΚΕΦ1&2&3**

**Επιμέλεια διαγωνίσματος: Παπαδάκη Ελπίδα**

**Αξιολόγηση :**

## ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε τη σχέση:

$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$ , όπου  $\lambda_1, \lambda_2$  συντελεστές διεύθυνσης των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  και  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  όχι παρ/λα του  $\gamma\gamma'$ .  
(4 μονάδες)

**A2.**

i) Έστω ένα σημείο  $A(x_0, y_0)$ . Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας ( $\epsilon$ ) που διέρχεται από το A και είναι:

- α) παράλληλη στον άξονα  $y'y'$   
β) παράλληλη στον άξονα  $x'x$  **(3+3 μονάδες)**

ii) Έστω δύο μη – μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . Με αρχή το O παίρνουμε τα διανύσματα  $\vec{OA} = \vec{\alpha}$  και  $\vec{OB} = \vec{\beta}$ . Τι ονομάζουμε γωνία των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . **(3 μονάδες)**

iii) Έστω δύο διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . Τι ονομάζεται γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ . **(2 μονάδες)**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε με τη λέξη Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

i) Έστω  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δύο μη μηδενικά διανύσματα. Τότε ισχύει ότι:  $\vec{\alpha} / \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$ .

ii) Έστω τρίγωνο ABΓ. Τότε το εμβαδό του είναι  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\vec{AB}, \vec{AG})$ .

iii) Έστω  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δύο διανύσματα για τα οποία ισχύει ότι  $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$ . Τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}| = 0$ .

iv) Δίνεται η ευθεία ( $\epsilon$ ) με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ . Τότε το διάνυσμα  $\vec{\eta} = (-B, A)$  είναι παράλληλο στην ευθεία ( $\epsilon$ ).

v) Ισχύει ότι:  $2\vec{i} \cdot 3\vec{j} = 0$

**(10 μονάδες)**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία  $A(2, 9)$ ,  $B(-6, 15)$ ,  $\Gamma(4, -5)$ .

- i) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς  $AB$ .  
(5 μονάδες)
- ii) Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου  $\Gamma$  από την πλευράς  $AB$ .  
(6 μονάδες)
- iii) Να υπολογίσετε την εξίσωση του ύψους  $B\Delta$  και της διαμέσου  $AM$ .  
(8 μονάδες)
- iv) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
(6 μονάδες)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι εξισώσεις:

$$(C_1): x^2 + y^2 - 6x + 2y + l + 1 = 0 \text{ και } (C_2): x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4l + 2 = 0 \text{ με } l \in R$$

**A)** Για ποιες τιμές του  $l$  οι παραπάνω εξισώσεις παριστάνουν κύκλους;

(Μονάδες 6)

**B)** Να βρείτε τα κέντρα και τις ακτίνες (συναρτήσει του  $l$ ) των παραπάνω κύκλων.

(Μονάδες 7)

**Γ)** Να αποδείξετε ότι για  $l = 1$  οι εφαπτομένες τους σε ένα κοινό τους σημείο είναι κάθετες μεταξύ τους και να βρείτε την εξίσωση της κοινή τους χορδής.

(Μονάδες 12)

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση:  $(2x + \psi - 2) + \lambda(x - \psi + 5) = 0, \lambda \in \mathbb{R} \text{ (1)}$ .

**A)** Αποδείξτε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η (1) παριστάνει ευθεία.

(6 Μονάδες)

**Β)** Αποδείξτε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από τη παραπάνω εξίσωση διέρχονται από το ίδιο σημείο. **(9 Μονάδες)**

**Γ)** Να βρείτε την ευθεία  $\epsilon$  που ορίζεται από τη παραπάνω εξίσωση και είναι κάθετη στην ευθεία  $n: x+2y+1=0$  και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο της  $\epsilon$  που βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων. **(10 Μονάδες)**