ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε τη σχέση:

$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$, *όπου* λ_1, λ_2 *συντελεστές διεύθυνσης των* $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ *και* $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ *όχι παρ/λα του* yy'.

(10 μονάδες)

Α2.

i) Πότε ένα διάνυσμα λέγεται μηδενικό.

ii) Έστω δύο μη – μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Με αρχή το Ο παίρνουμε τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$. Τι ονομάζουμε γωνία των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

iii) Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Τι ονομάζεται γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **(5 μονάδες)**

Α3. Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστό» ή «Λάθος» τις παρακάτω προτάσεις:

α. Ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \vec{\gamma}$

β. Ισχύει ότι: $2\vec{i} \cdot 3\vec{j} = 0$

γ. Ισχύει η σχέση: $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) \neq 0$

δ. Για μοναδιαία διανύσματα ισχύει η σχέση: $|\vec{\alpha}| \cdot \vec{\beta} = |\vec{\beta}| \cdot \vec{\alpha}$

ε. Δύο ευθείες είναι κάθετες μεταξύ τους, αν και μόνο αν το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσής τους ισούται με -1. **(10 μονάδες)**

ΘΕΜΑ Β

Τριγώνου ΑΒΓ δίνεται η κορυφή Α(2,-1) , η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται η πλευρά ΒΓ είναι η $x + y - 3 = 0$ και η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται η διάμεσος ΒΜ είναι η $2x + y = 0$. Να βρείτε:

Β1. Την κορυφή Β και την εξίσωση της πλευράς ΑΒ.

Β2. Την κορυφή Γ και το σημείο Μ.

Β3. Την εξίσωση της πλευράς ΑΓ και το εμβαδόν του τριγώνου ΒΜΓ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. i) Δίνονται τα σημεία Κ(1, -2) , Λ(3, 4) και Μ(μ, 4μ-3). Να βρείτε για ποια τιμή του $\mu \in R$, τα σημεία Κ, Λ, Μ είναι συνευθειακά.

(5 μονάδες)

ii) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με Α(3+μ, 5), Β(7, 5+μ), όπου μ=-2. Επίσης, για το σημείο τομής Ρ των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ ισχύει ότι $\overrightarrow{AP} = (1, -4)$.Τότε:

α) να αποδείξετε ότι Ρ(2, 1).

(4 μονάδες)

β) να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Γ και Δ.

(5 μονάδες)

Γ2. Δίνονται τα σημεία Ε(0, 1), Ζ(-2, 0) και Η(1, 3).

i) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{EZ}$.

(3 μονάδες)

ii) Να δείξετε ότι τα σημεία Ε, Ζ και Η είναι κορυφές τριγώνου.

(4 μονάδες)

iii) Να βρείτε ένα σημείο Θ, ώστε το τετράπλευρο ΕΖΗΘ να είναι παραλληλόγραμμο.

(4 μονάδες

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ $\mu\varepsilon$ $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=1$ $\kappa\alpha\iota$ $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\dfrac{2\pi}{3}$.

Δ1. Να βρείτε ως συνάρτηση των $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ το διάνυσμα $\vec{x}$ για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις: $\vec{x} \,//\, \left(\vec{\alpha}-\vec{\beta}\right)$ $\kappa\alpha\iota$ $\left(\vec{x}-3\vec{\beta}\right) \perp 2\vec{\alpha}$ **(9 μονάδες)**

Δ2. Αν για ένα διάνυσμα $\vec{v}$ $\iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota$ $|\vec{v}-\vec{\alpha}|\cdot\vec{v}=4\vec{\alpha}$, τότε

i) να δικαιολογήσετε ότι τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{\alpha}$ είναι ομόρροπα **(6 μονάδες)**

ii) να βρείτε το διάνυσμα $\vec{v}$ σαν συνάρτηση του διανύσματος $\vec{\alpha}$ **(10 μονάδες)**

Καλή επιτυχία!!!!