



Όνοματεπώνυμο:.....

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Ύλη : ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ , ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ , ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΣΠΥΡΟΠΟΥΛΟΣ ΗΛΙΑΣ , ΔΕΔΕΛΕΤΑΚΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ , ΠΙΣΤΙΚΙΔΗ ΜΑΡΙΤΙΝΑ ,

ΛΟΥΤΡΑΡΗΣ ΑΝΤΩΝΗΣ , ΓΑΛΕΡΑΚΗ ΣΤΕΛΛΑ

Αξιολόγηση: .....

**ΘΕΜΑ 1) Α.** Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  ισχύει η σχέση  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  .

**(7 μονάδες)**

**Β.** Να δώσετε τους ορισμούς

α. Γνησίως αύξουσας συνάρτησης

β. Άρτιας συνάρτησης

γ. Μέγιστου συνάρτησης

**(3x1 μονάδες)**

**Γ.** Να σημειώσετε με (Σ) τις σωστές και (Λ) τις λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α. Σε γραμμικό  $2 \times 2$  σύστημα μοναδική λύση είναι η  $(x, y) = (0, 0)$ , τότε το σύστημα είναι ομογενές.

β. Αν για τις ορίζουσες  $D, D_x, D_y$  ενός γραμμικού και  $2 \times 2$  συστήματος ισχύει

$(D-3)^2 + (D_x-2)^2 + (D_y+3)^2 \leq 0$  τότε η μοναδική λύση του συστήματος είναι

$(x, y) = \left(\frac{2}{3}, -1\right)$ .

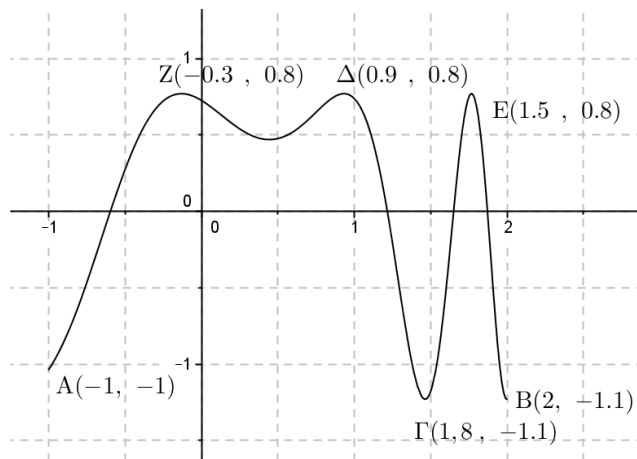
γ. Αν η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι γνησίως αύξουσα τότε δεν μπορεί να είναι άρτια.

δ. Αν η συνάρτηση  $f$  έχει σύνολο τιμών το  $(\alpha, \beta)$ , τότε δεν έχει ακρότατα.

ε. Ισχύει ότι  $\eta\mu\left(\omega - \frac{\pi}{2}\right) = \sigma\upsilon\nu(\pi - \omega)$ .

(5x2 μονάδες)

Δ. Η συνάρτηση  $f$  είναι ορισμένη στο  $[-1, 2]$  και έχει γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Να προσδιορίσετε τις σωστές από τις παρακάτω προτάσεις:



- i. Η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα σε 3 διαστήματα του πεδίου ορισμού της
- ii. Το σύνολο τιμών της συνάρτησης είναι το  $(-1.1, 0.8)$
- iii. Η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή σε τρία σημεία του πεδίου ορισμού της.
- iv. Η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει ακριβώς τρεις λύσεις.
- v. Είναι άρτια συνάρτηση.

(5x1 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 2)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\lambda x}{x^2 + 4}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση

διέρχεται από το σημείο  $A(-2, -1)$ .

α) Να δείξετε ότι  $\lambda = 4$ .

β) Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  έχει μέγιστη τιμή το 1. Ποια είναι η θέση του ακροτάτου;

δ) Αν  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,

i) Να δείξετε ότι η παράσταση  $K = f(\alpha^{2019} - a) + f(\beta) + f(0) + f(-\beta) + f(a - \alpha^{2019})$

είναι ανεξάρτητη των  $\alpha, \beta$

ii) Αν  $\frac{4\alpha}{\alpha^2 + 4} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 4} = 2$ , να βρείτε να βρείτε τα  $\alpha, \beta$ .

( Μονάδες 4+6+5+5+5 )

**ΘΕΜΑ 3)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\varphi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\varphi x}$  με  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

α) Να δείξετε ότι  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x$ .

β) Να δείξετε ότι  $-1 < f(x) < 1$  για κάθε  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

γ) Αν  $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\epsilon\varphi x} + \frac{\eta\mu x}{1-\sigma\varphi x} + \frac{4}{5} - \eta\mu x = 0$ , να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$ .

δ) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $A = \frac{\sigma\upsilon\nu(13\pi+x) \cdot \sigma\upsilon\nu(9\pi-x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2}+x\right)}{\eta\mu(\pi-x) \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{7\pi}{2}+x\right) \cdot \epsilon\varphi(3\pi-x)}$ .

( Μονάδες 5+6+7+7 )

**ΘΕΜΑ 4) Α.** Δίνεται μία γωνία  $\omega$  για την οποία ισχύει  $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$  καθώς και μία γνησίως

μονότονη συνάρτηση  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $g(\eta\mu\omega) > g(\sigma\upsilon\nu\omega)$ .

α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  είναι γνησίως φθίνουσα και να δείξετε ότι

$$g(|\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x|) \geq g(\sqrt{2}) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

β) Θεωρούμε επίσης μία συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με

$$f(x) = (g(\eta\mu\omega) - g(\sigma\upsilon\nu\omega))x^5 + \frac{\epsilon\varphi\omega}{\sigma\varphi\omega}x^3, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Να την μελετήσετε ως προς την μονοτονία.

**Β.** α) Έστω ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  με ορίζουσα  $D = \frac{1}{1 + \epsilon\varphi^2\omega}$ . Αφού εξηγήσετε

για ποιο λόγο έχει μοναδική λύση, να την προσδιορίσετε θεωρώντας την ανίσωση

$$D^2 + D_x^2 + D_y^2 \leq 2D + 4D_x - 5 .$$

β) Να λύσετε το σύστημα  $\begin{cases} \left(x - \frac{D_x}{D}\right)^2 + \left(y - \frac{D_y}{D}\right)^2 = 1 \\ y = x - 2 \end{cases}$  και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά

το αποτέλεσμα .

( Μονάδες (8+6)+(5+6) )

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΗ!!!**

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ :**

Παπαδάκης Βασίλης ( Άλγεβρα Β Λυκείου )

Στεργίου – Νάκης ( Άλγεβρα Β Λυκείου )

[www.Askisopolis.gr](http://www.Askisopolis.gr)